

# FreeDV Treffen Anfang Februar 2022

1. Begrüßung, Terminplanung, nächste Meilensteine (Andreas, DM4AB)
2. Symbol, Nyquist-Abtastung, mehrwertige Modulation, Rechnen mit Logarithmen
3. **Nyquist** Kanalkapazität
4. **Hartley** bei realem Empfänger
5. **Shannon** bei Weißem Rauschen
6. konkrete Anwendung auf **digitale Modulation**

begleitet und unterstützt mit  
youtube Video-Material von



**Professor David S. Ricketts**  
6030 Abonnenten

# 1. Terminplanung

- FreeDV Runde jeden Sonntag ab 13:30 Uhr, 40m & 80m
- nächstes Gruppentreffen am 24. Februar, ab 19:30 Uhr

Um das Bewusstsein für FreeDV zu schärfen, organisiert Mooner K6AQ einen weiteren **FreeDV-Aktionstag**. Die Aktion beginnt am Sonntag, den **20. Februar um 16:00 UTC** bis Montag, den **21. Februar um 15:59 UTC**.

Empfohlene Betriebsfrequenzen:

80 Meter: 3.625, 3.643 oder 3.693 kHz

40 Meter: 7.177 kHz

20 Meter: 14.236 kHz

17 Meter: 18.118 kHz

15 Meter: 21.313 kHz

12 Meter: 24.933 kHz

10 Meter: 28.330 oder 28.720 kHz

Januar 2022								Februar 2022							
KW	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	KW	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
52						1	2	5		1	2	3	4	5	6
1	3	4	5	6	7	8	9	6	7	8	9	10	11	12	13
2	10	11	12	13	14	15	16	7	14	15	16	17	18	19	20
3	17	18	19	20	21	22	23	8	21	22	23	24	25	26	27
4	24	25	26	27	28	29	30	9	28						
5	31														

# 1. Nächste Meilensteine

- **heute** tauchen wir etwas ein in die Grundlagen von digitalen Modulationsverfahren und der Begleit-Theorie, das macht vielleicht Appetit auf mehr?
- **beim nächsten Treffen** würde ich gerne mit Euch in einer anderen Richtung weiter machen; unsere begonnene „Anwendungsfall-Diskussion“ enthält gefühlt noch viele Möglichkeiten:
  - kann ein CQ-Ruf robuster gemacht werden?
  - kann die rufende Station abwechselnd Modi versuchen, damit die antwortende Station den am besten geeigneten erkennen kann?
  - können Zusatzdaten übertragen werden, um die Stimme *persönlicher* zu machen
  - kann bei langen Durchgängen verschachtelte Codierung (Interleaving) verwendet werden?
  - ...

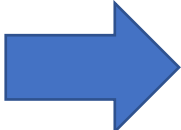
## CQ Ruf

OM ruft CQ für Antwort von „Irgend einer“ Station.  
Austausch von typischen Daten (Call, Name, Locator, RST).  
Ggf. weiterführendes Gespräch.  
Abschließendes 73.

## QSO Runde

Regelmäßige Runde trifft sich auf definierten Frequenz. Sender „reicht“ Mike weiter. Regelmäßige Abfrage auf weitere Teilnehmer. Ausstieg einzelner Teilnehmer. Verbleibende Teilnehmer beenden die Runde.

# FreeDV Treffen Anfang Februar 2022

1. Begrüßung, Terminplanung, nächste Meilensteine (Andreas, DM4AB)
-  2. Symbol, Nyquist-Abtastung, mehrwertige Modulation, Rechnen mit Logarithmen
3. **Nyquist** Kanalkapazität
4. **Hartley** bei realem Empfänger
5. **Shannon** bei Weißem Rauschen
6. konkrete Anwendung auf **digitale Modulation**

## 2. Symbol, Abtastung

- **bit/s** vs. **Symbol/s (=Baud)**

2bit → 1 Symbol (z.B. 4-PSK)

**k**=2 → 1 (**M**=4 Zustände)  
k Bit M: Zustände je Symbol

## 2. Symbol, Abtastung

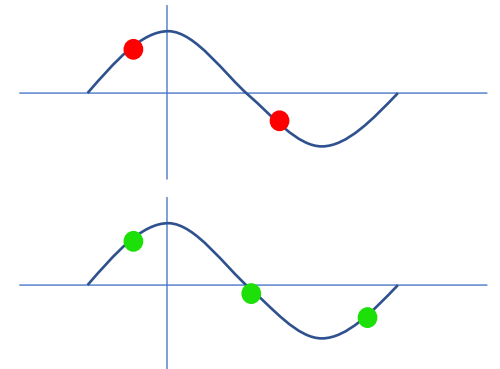
- **bit/s** vs. **Symbol/s (=Baud)**

2bit → 1 Symbol (z.B. 4-PSK)

**k=2** → 1 (**M=4** Zustände)  
k Bit M: Zustände je Symbol

Nyquist-**Abtastung** eines analogen Signales

→ braucht mindestens die **doppelte** Frequenz der höchsten enthaltenen Teil-Frequenz des Signals (**höher** geht immer)



## 2. Rechnen mit Logarithmen

$$10^x = n$$

$$\log(10^x) = \log(n)$$

„log“ auf beiden Seiten  
der Gleichung

(log =  $\log_{10}$ : „10 hoch *wieviel* ist 10 hoch  $x$ “ -> „ $x$ “)

$$x = \log(n)$$

---

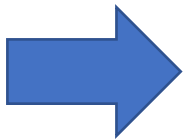
$$M = 2^k$$

$$\log_2(M) = k$$

( $\log_2$ : „2 hoch *wieviel* ist  $M$ “)

# FreeDV Treffen Anfang Februar 2022

1. Begrüßung, Terminplanung, nächste Meilensteine (Andreas, DM4AB)
2. Symbol, Nyquist-Abtastung, mehrwertige Modulation, Rechnen mit Logarithmen
3. **Nyquist** Kanalkapazität
4. **Hartley** bei realem Empfänger
5. **Shannon** bei Weißem Rauschen
6. konkrete Anwendung auf **digitale Modulation**



begleitet und unterstützt mit  
youtube Video-Material von



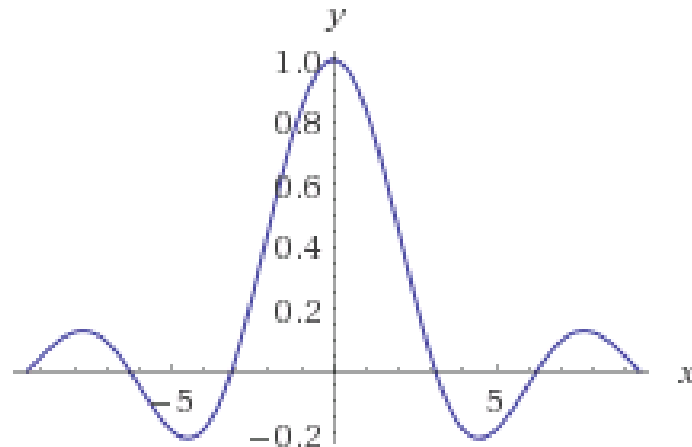
**Professor David S. Ricketts**  
6030 Abonnenten



### 3. Nyquist zur Kanalkapazität

- die **Pulsrate**, mit der Pulse auf einem Kanal aufeinander folgen können, ist **doppelt** so groß wie seine **Bandbreite**
- das erscheint zunächst widersprüchlich, insbesondere auch im Bezug auf das **Nyquist Abtast**-Theorem, das die doppelte Frequenz oder mehr zur Abtastung eines Signals fordert.

- Betrachtung des Graphen der Funktion  $\frac{\sin(x)}{x} = \text{si}(x)$



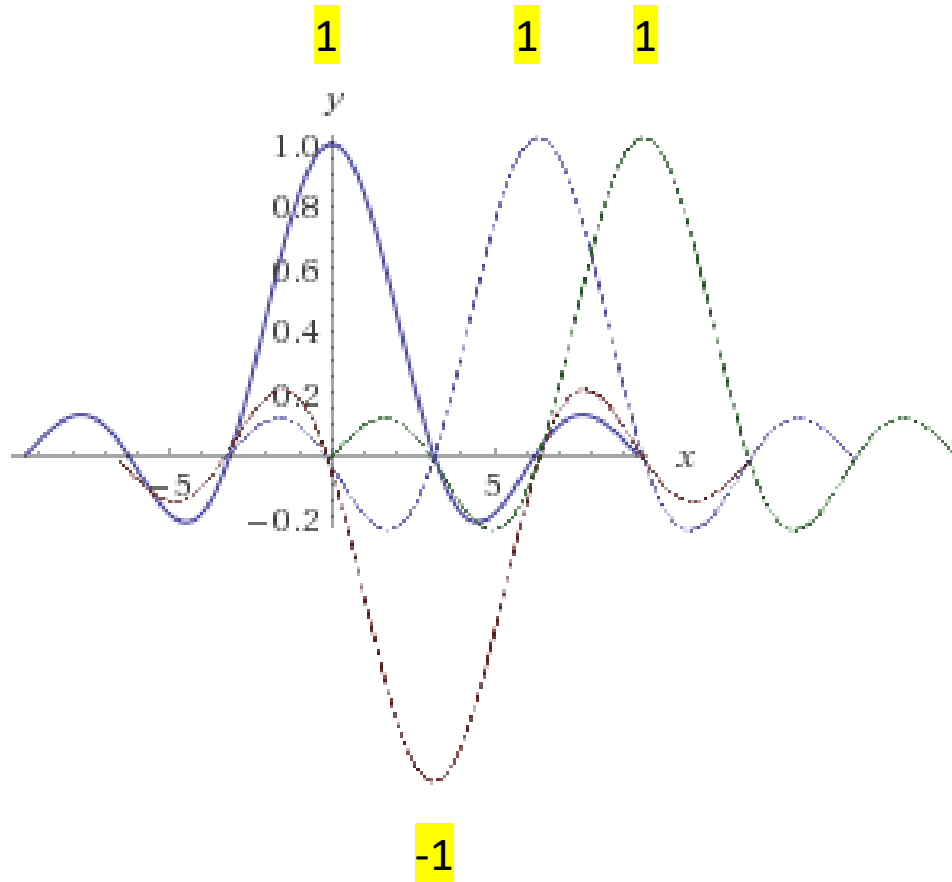
Null-Durchgänge bei  $\pi, 2 * \pi, \dots$

Periode  $2\pi$ ,

von  $x=0$  aus abklingende Amplitude,

unendlich in Zeit, asymptotisch gegen  $y=0$

# 3. Nyquist zur Kanalkapazität



Null-Durchgänge bei  $\pi, 2 * \pi, \dots$

die Periode ist  $2\pi$

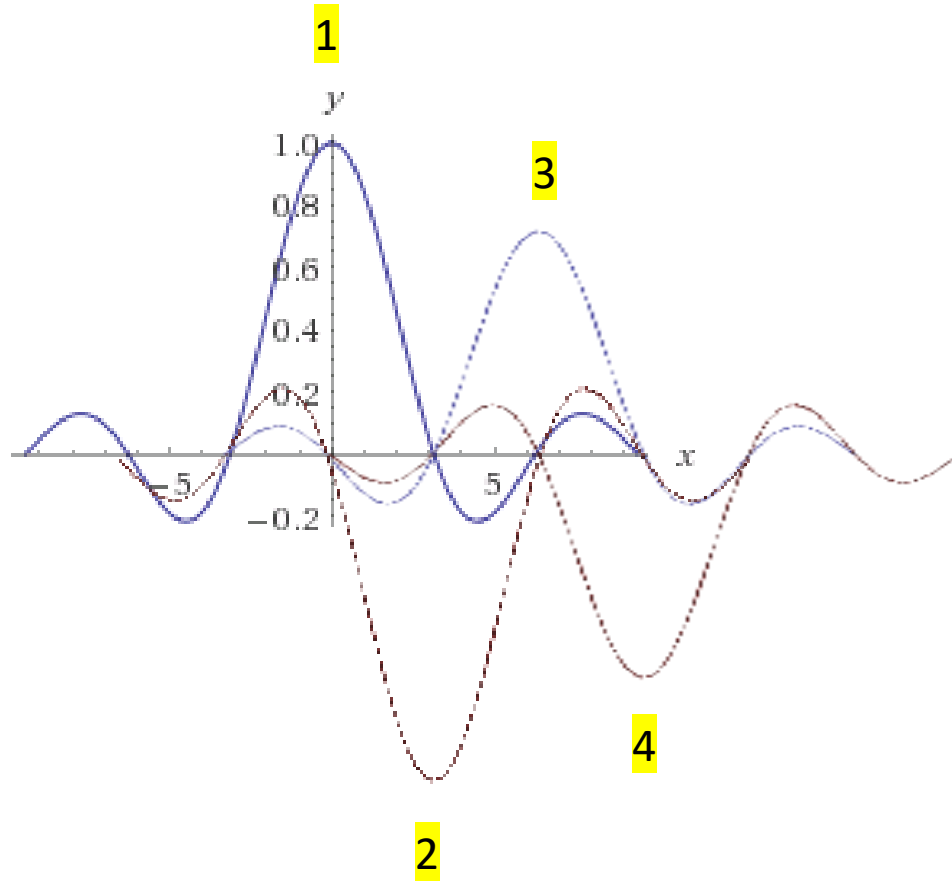
Abstände verschiedener Signalwerte  
(1 / -1) aber nur  $\pi$  !!

d.h. halbe Zeit, also doppelte Frequenz!

Spezialfall eines Signals:  
„Nyquist Pulse“

$$C = 2 * B \quad ??$$

# 3. Nyquist zur Kanalkapazität



Aber jedes Signal kann **mehr** als nur 1bit übertragen, zum Beispiel in Amplitudenwerte kodiert.

„1“ und „2“ mit voller Amplitude,  
„3“ und „4“ mit jeweils halber Amplitude,  
also **M=4** Symbole

überträgt dann **k = 2** bit

$$C = 2 * B * k \quad \text{oder}$$

$$C = 2 * B * \log_2 M$$

## 3. Nyquist zur Kanalkapazität

- Video

<https://youtu.be/aTVrSWR2CU4>

# 3. Nyquist zur Kanalkapazität

- Using  $M$  levels, we can extend this to:

$$C = \underbrace{2B}_{\text{Max theoretical limit}} \underbrace{\log_2 M}_{\text{limit}} = \underbrace{2Bk}_{\text{limit}}$$

$C \rightarrow$  capacity in bps *b/s*

$B \rightarrow$  bandwidth in Hz

$M=2^k \rightarrow$  # of levels

$k \rightarrow$  number of bits

$$\rightarrow \eta_{\text{max}} = \frac{C}{B}$$

$$\frac{\text{bits}}{s} \frac{1}{\text{Hz}} = \text{bits}$$

"Bits per s per Hertz"

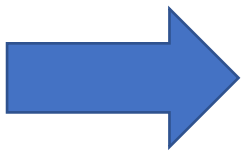
$\eta \rightarrow$  spectral efficiency

**2 \* B \* k :**

- Kapazität hängt von Bandbreite ab
- bei beliebig vielen Bits/Symbol  
 → beliebig hohe Kapazität !!

# FreeDV Treffen Anfang Februar 2022

1. Begrüßung (Andreas, DM4AB)
2. Symbol, Nyquist-Abtastung, mehrwertige Modulation, Rechnen mit Logarithmen
3. **Nyquist** Kanalkapazität
4. **Hartley** bei realem Empfänger
5. **Shannon** bei Weißem Rauschen
6. konkrete Anwendung auf **digitale Modulation**



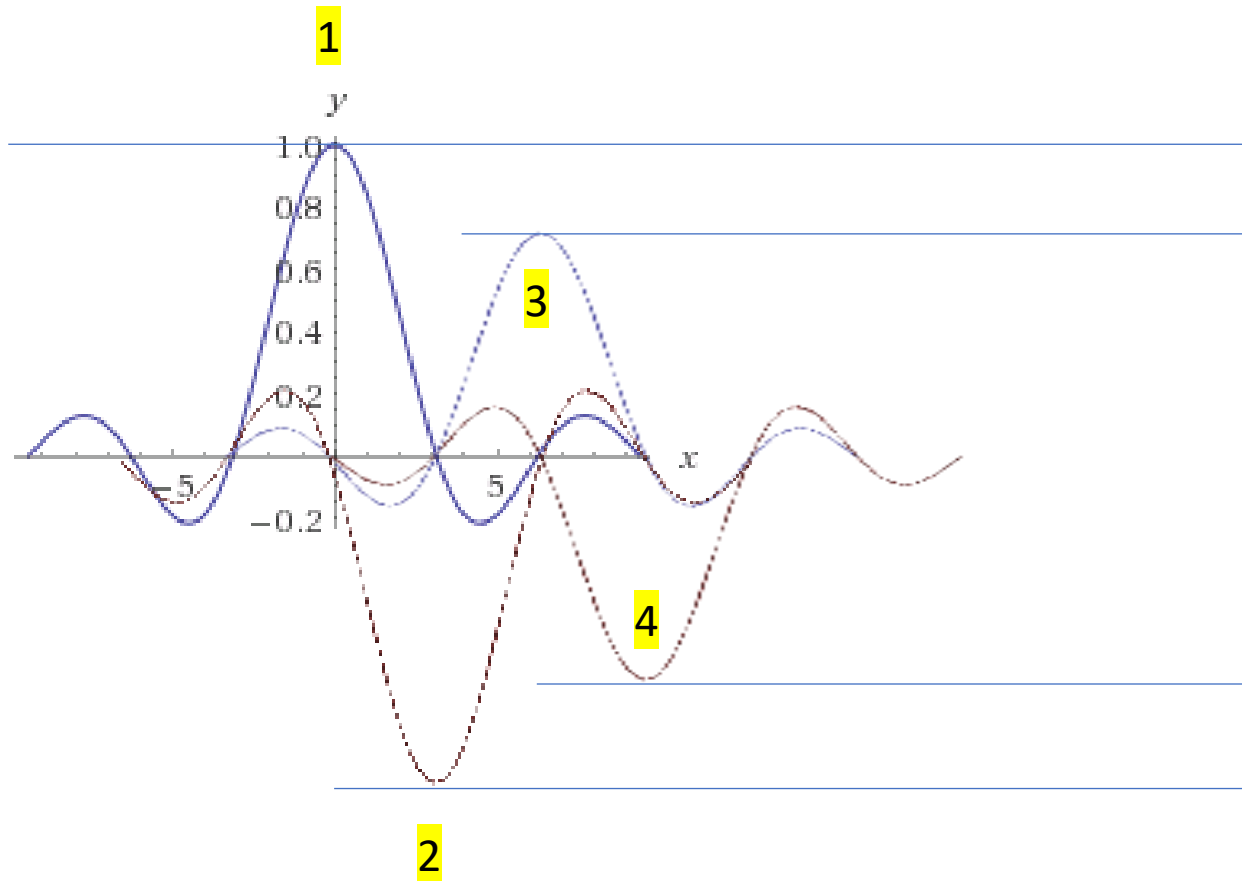
begleitet und unterstützt mit  
youtube Video-Material von



**Professor David S. Ricketts**

6030 Abonnenten

# 4. Hartley Kapazität bei realem Empfänger



$$C = 2 * B * k$$

$$C = 2 * B * \log_2 M$$

Ist eine reale Kanalkapazität unendlich hoch?

Wieviele verschiedene Symbole  $M$  können gefunden werden, d.h.  $\log_2 M$  Bits übertragen werden?

Natürlich nicht, irgendwo sind Spannungen endlich und Auflösungen begrenzt.

## 4. Hartley Kapazität bei realem Empfänger

- Video

<https://youtu.be/GRcdxg6pxD4>

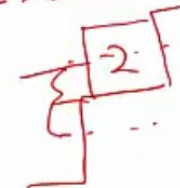


## 4. Hartley Kapazität bei realem Empfänger

- Extends Nyquist maximum pulse rate for given  $B$
- Takes into account resolution of receiver
  - ▶ Receiver can only detect incoming signals within a  $\Delta V$  of a threshold
  - ▶ Redefines the number of possible levels ( $M$ ) with this limited resolution

$$M_H = 1 + \frac{A}{\Delta V}$$

ADC

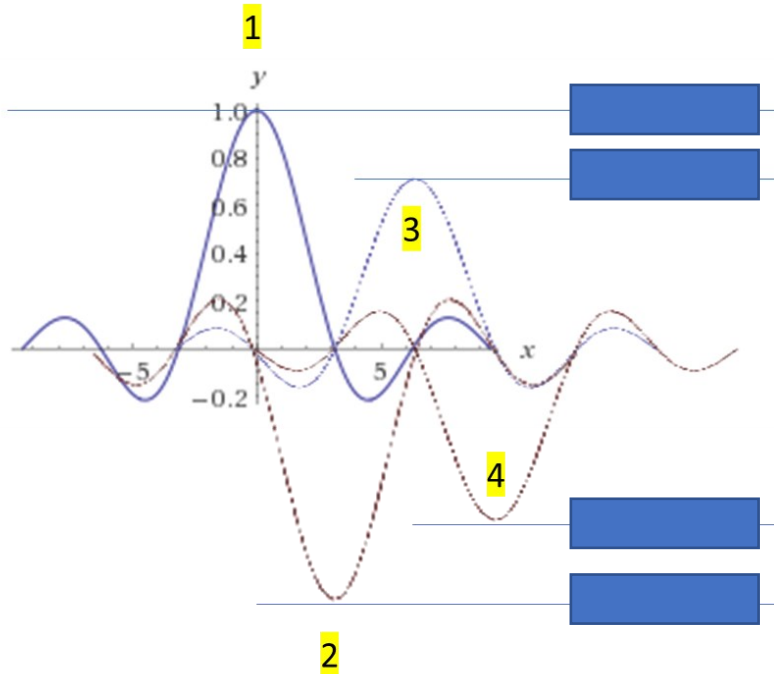
$$\frac{V_{ref}}{\# \text{ Steps}} = \frac{V_{ref}}{2^{Bits}} = \text{LSB}$$
$$\text{LSB} = 2\Delta V$$


- Rate is now

$$C = f_p \log_2 M = 2B \log_2 M_H$$

$$C = 2B \log_2 M$$

# 5. Shannon bei Weißem Rauschen



Wie verhält es sich mit der Störsicherheit unserer Symbole, z.B. bei hinzugefügtem **Rauschen**?

Herleitung möglich mit Betrachtung von Fehlerkombinatorik (lassen wir aber...)

# 5. Shannon bei Weißem Rauschen

Video bis zu

- Example

- ▶ Noisy channel with  $\text{SNR} \approx 0$

$$C = B \underbrace{\log_2 [1 + 0]}_0 = 0$$

<https://youtu.be/pxuodnmUvV4>

# 5. Shannon bei Weißem Rauschen

Video bis zu

- Example

- ▶ Noisy channel with  $\text{SNR} \approx 0$

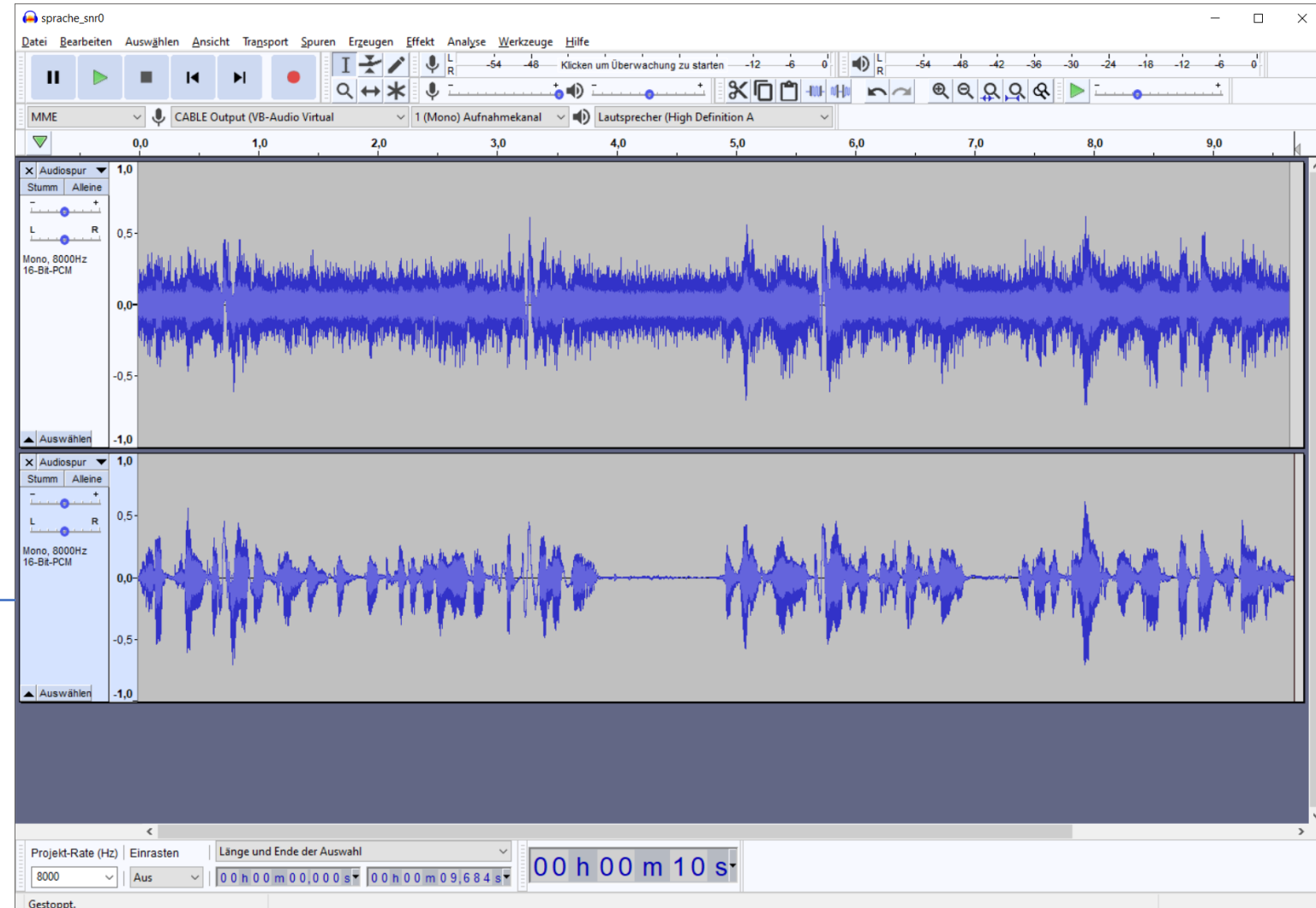
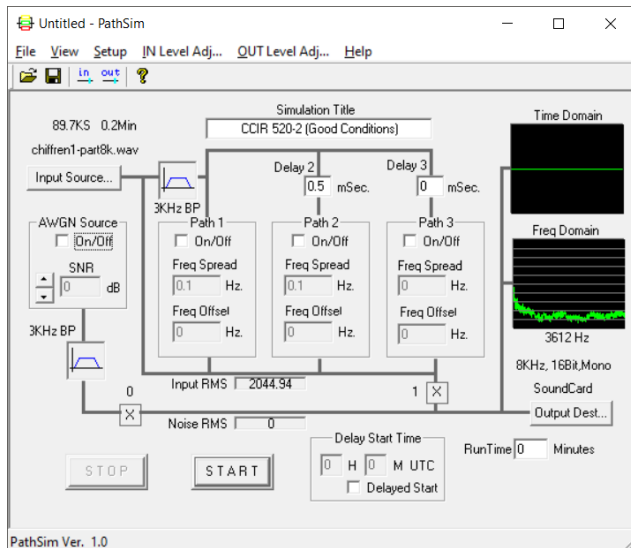
$$C = B \underbrace{\log_2 [1 + 0]}_0 = 0$$

Moment! Wir machen durchaus SSB QSO's bei einem SNR von 0dB, wieso soll da die Kapazität  $C=0$  sein?

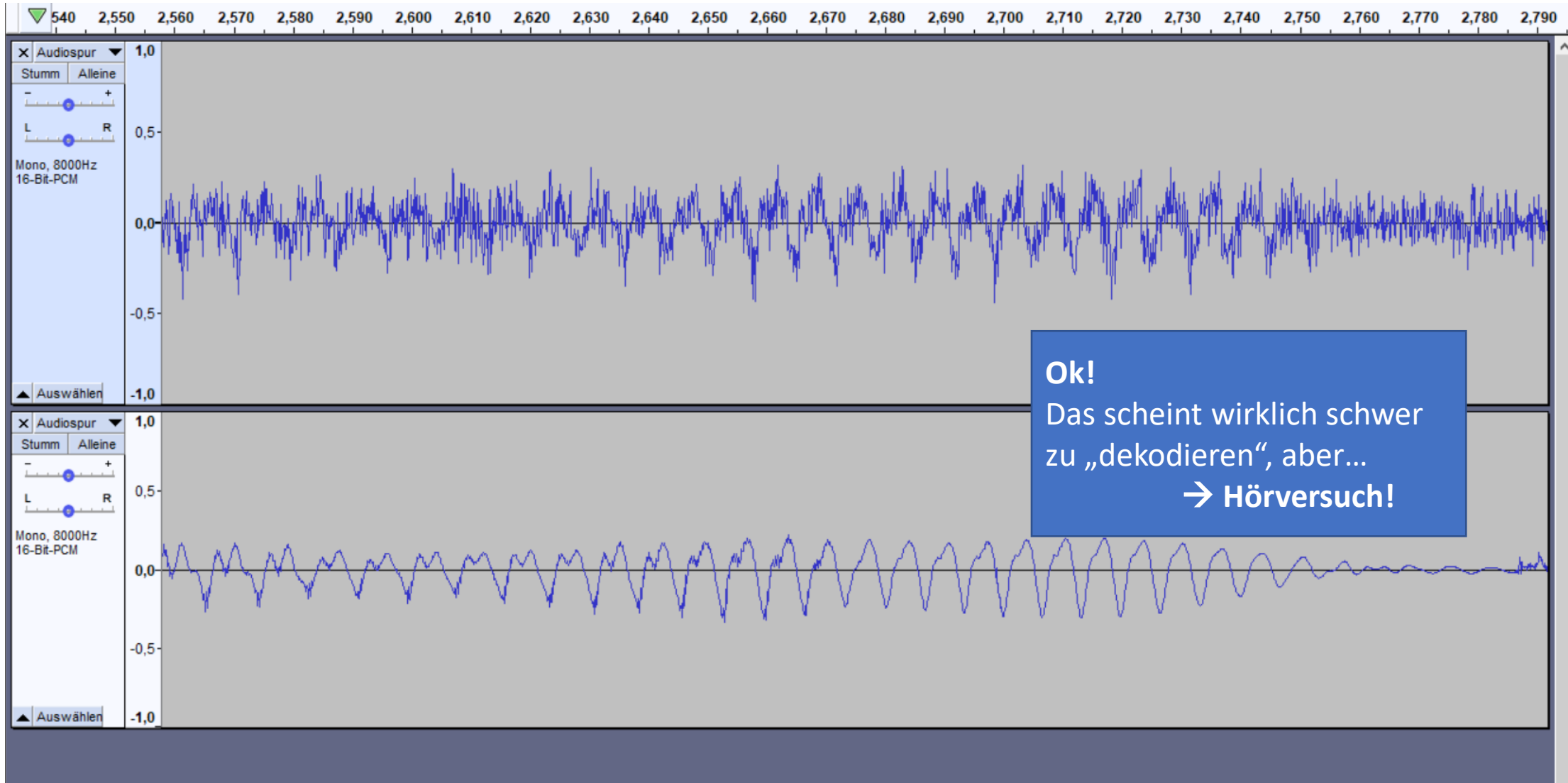
# 5. Shannon bei Weißem Rauschen

## Praxis-Check:

- Pathsim mit Audio-Sprach Datei
- SNR = 0dB
- Aufzeichnung mit Audacity



# 5. Shannon bei Weißem Rauschen



## 5. Shannon bei Weißem Rauschen

- Example

- ▶ Noisy channel with  $\text{SNR} \approx 0$

$$C = B \underbrace{\log_2 [1+0]}_0 = 0$$

Ha! Da steht ja auch „0“ und nicht „0 dB“!

SNR bei 0dB = 1:

$$C = B * \log_2(1 + 1) = B$$

Ok, die Welt ist noch in Ordnung!

→ Und jetzt weiter <https://youtu.be/pxuodnmUvV4>

## 5. Shannon bei Weißem Rauschen

Welche Kapazität hat ein Kanal mit Rauschen?

- Shannon, Kapazität eines Kanals mit AWGN

$$C = B * \log_2(1 + SNR_{lin})$$

(SNR linear, Quotient von Leistung)

- bei großen SNR:  $(1 + SNR) \approx SNR$

→

$$C = B * \frac{SNR_{dB}}{3}$$

(SNR in dB)



## 5. Shannon bei Weißem Rauschen

Welche Kapazität hat ein Kanal mit Rauschen?

- Shannon, Kapazität eines Kanals mit AWGN

$$C = B * \log_2(1 + SNR_{lin})$$

So, das ist ja alles ganz schön. Aber wie erreiche ich diese Kapazität jetzt, mit welcher Modulation, mit welchem Übertragungsverfahren?

→ Dazu sagen Nyquist, Shannon und Hartley **nichts**. Sie geben nur das theoretisch Erreichbare an, sagen aber **nichts über das dafür erfolgreiche Verfahren.** ☹️

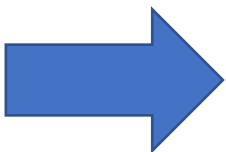
# FreeDV Treffen Anfang Februar 2022

1. Begrüßung (Andreas, DM4AB)
2. Symbol, Nyquist-Abtastung, mehrwertige Modulation, Rechnen mit Logarithmen
3. **Nyquist** Kanalkapazität
4. **Hartley** bei realem Empfänger
5. **Shannon** bei Weißem Rauschen
6. konkrete Anwendung auf **digitale Modulation**

begleitet und unterstützt mit  
youtube Video-Material von



**Professor David S. Ricketts**  
6030 Abonnenten



# 6. Konkrete Anwendung auf digitale Modulation

es bleiben noch einige Festlegungen:

## 1. Wie gehen wir sinnvoll mit mehrwertigen Symbolen um ( $k > 1$ , z.B. 4-PSK)?

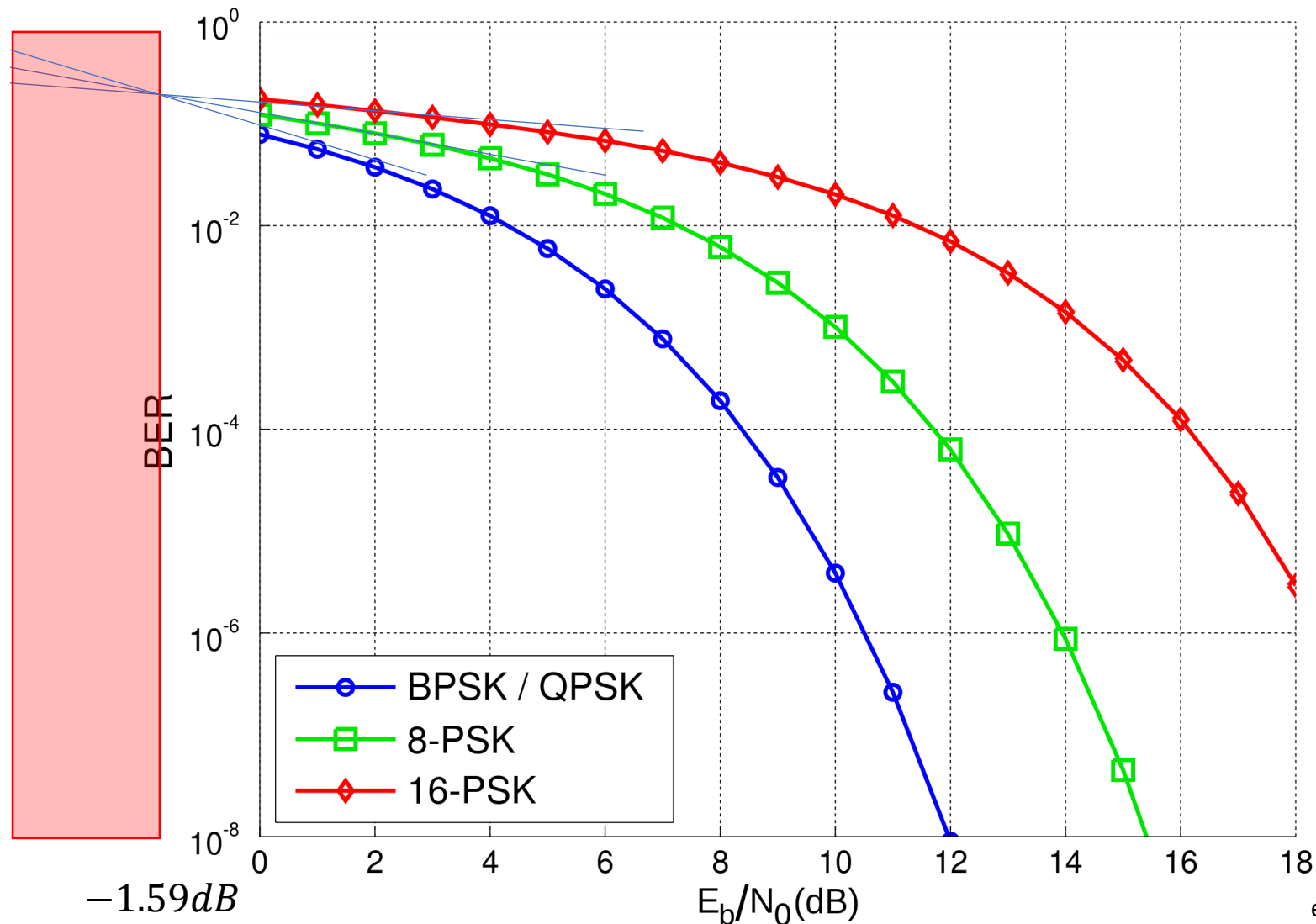
- ein gutes Konzept: 
$$\frac{SNR}{Symbol} = \frac{SNR}{k * bit} = \frac{Signal-Leistung}{Rauschleistung * k * bit} = \frac{Signal Leistung pro Bit * k * bit}{Rauschleistung * k * bit}$$
$$= \frac{E_b}{N_0} \quad (\text{gesprochen: „E B zu N Null“})$$

## 2. Welche Darstellungen bieten sich an?

- Bitfehlerraten-Darstellungen für eine „nackte“ Modulation
- Bitfehlerraten mit verschiedenen Kanalkodierungen bei einer gewählten Modulation
- im Bezug auf die notwendige Signal-Leistung je Bit ( $\frac{E_b}{N_0}$ )
- im Bezug auf die erreichbare Kapazität oder eingesetzte Leistung
- ...

# 6. Konkrete Anwendung auf digitale Modulation

Bitfehlerraten-Darstellung



Quelle:

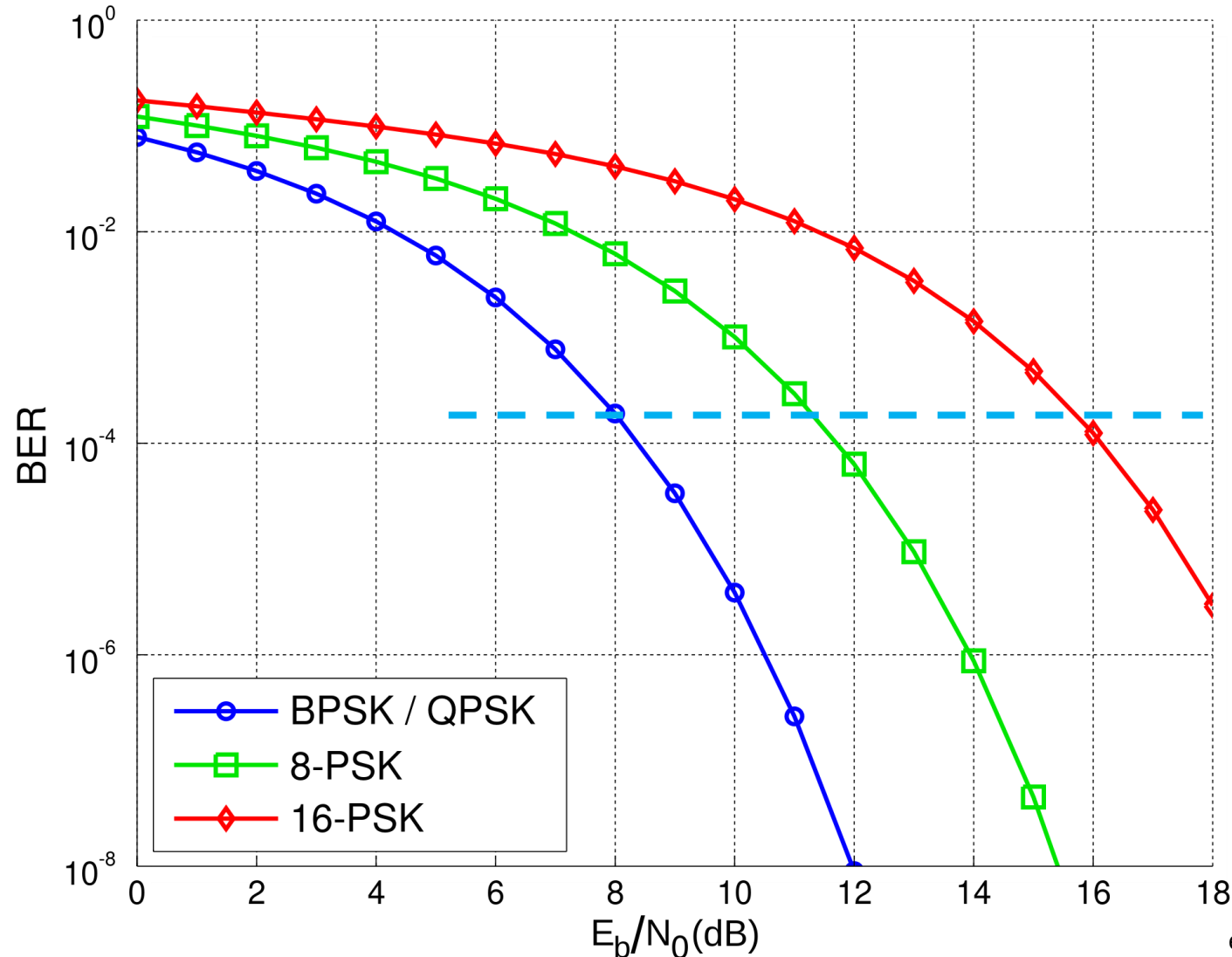
<https://en.wikipedia.org/wiki/Eb/N0>

Aus den vorigen Darstellungen lässt sich auch noch ableiten (haben wir nicht gemacht), dass es eine Minimalschwelle gibt, die für eine Übertragung erforderlich ist:

$$\frac{E_b}{N_0} \geq \ln(2) = -1.59 \text{ dB}$$

# 6. Konkrete Anwendung auf digitale Modulation

Bitfehlerraten-Darstellung



Quelle:

<https://en.wikipedia.org/wiki/Eb/N0>

Im Vergleich zu BPSK kann mit 16PSK viermal mehr pro Symbol übertragen werden, dafür braucht es aber auch 8dB mehr Leistung pro Bit, aber 4-mal mehr Bits (6dB)

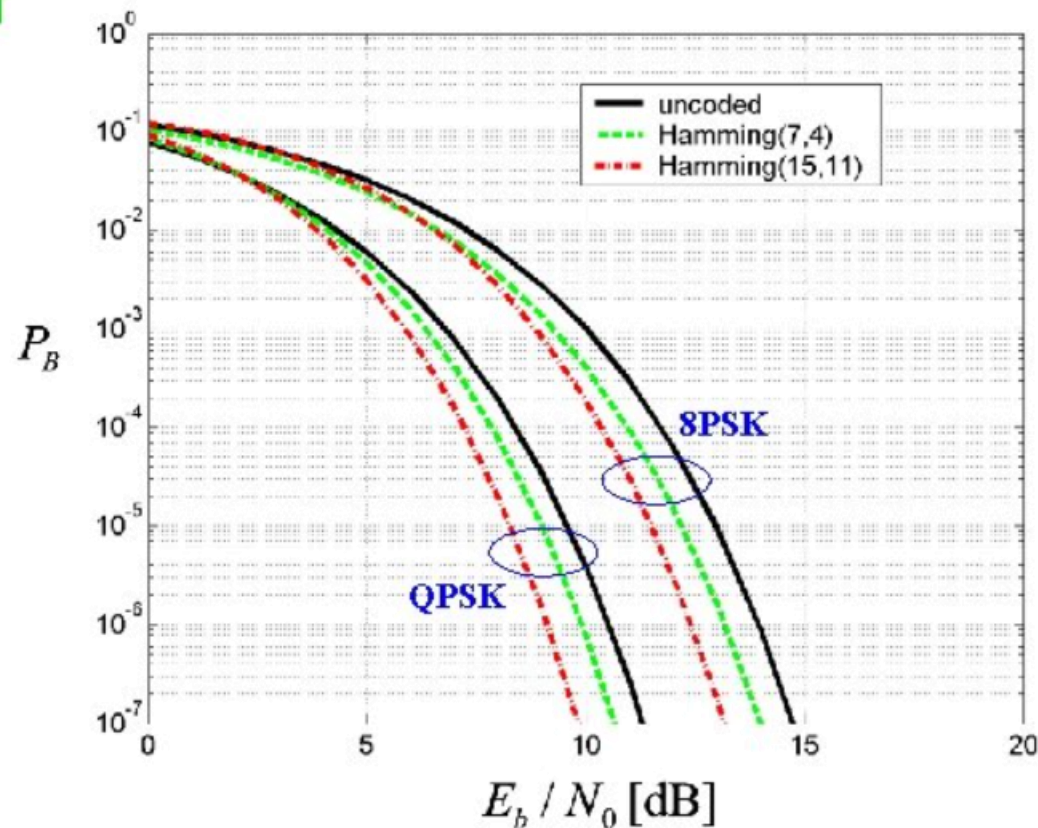
→ daher Summenleistung  
 $8\text{dB} + 6\text{dB} = +14\text{dB} !!$   
(25 fache Leistung!)

(16-PSK ist generell ein ungünstiges Modulationsverfahren...)

# 6. Konkrete Anwendung auf digitale Modulation

Nächste Spielmöglichkeit:

## Example of the block codes



Quelle:

Digital Communications I

Modulation and Coding Course Term

<https://slidetodoc.com/digital-communications-i-modulation-and-coding-course-term-3/>

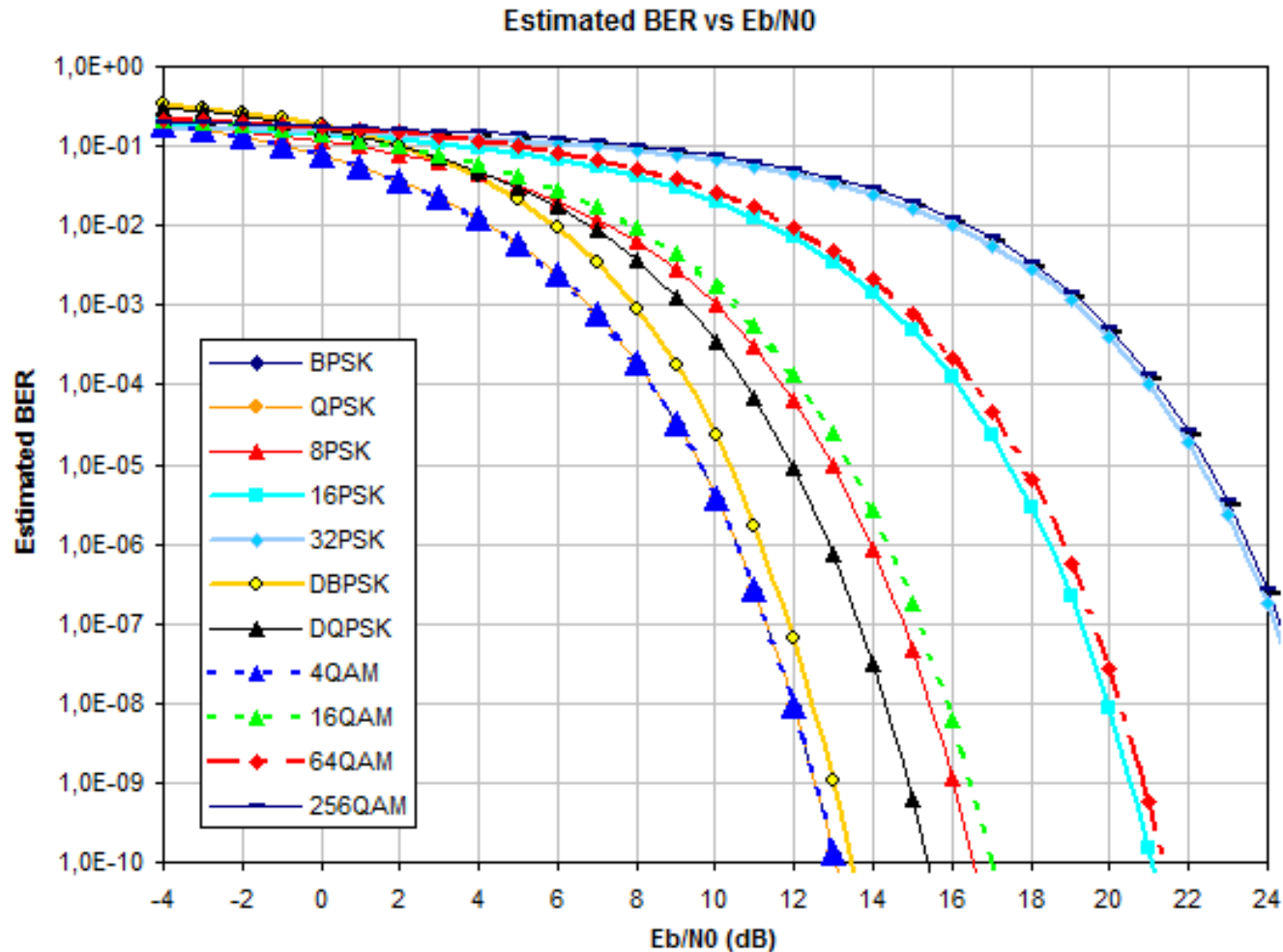
Einige Bits können im Übertragungsverfahren vielleicht in FEC (Vorwärts-Fehlerkorrektur) investiert werden.

Das spart einige dB, kostet aber Übertragungskapazität...

(PSK ist generell nicht besonders günstig)

# 6. Konkrete Anwendung auf digitale Modulation

Nächste Spielmöglichkeit:



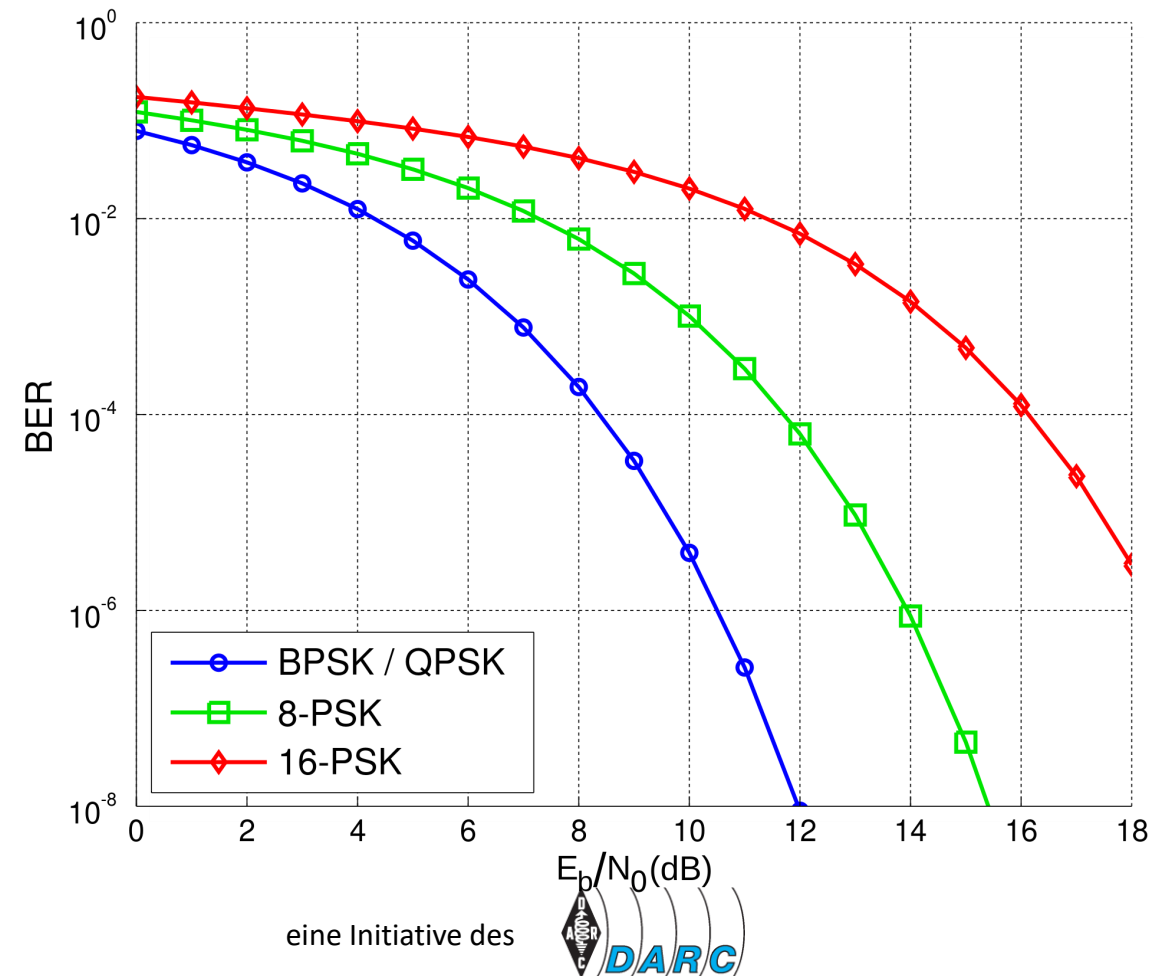
Quelle:

<https://www.linuxtv.org/wiki/index.php/Eb/N0>

# 6. Konkrete Anwendung auf digitale Modulation

Und da kann man jetzt noch ganz lange weiter machen...

Beim nächsten Treffen machen wir weiter mit FreeDV und Anwendungsfällen – ok?





# FreeDV Treffen Anfang Februar 2022

1. Begrüßung (Andreas, DM4AB)
2. Symbol, Nyquist-Abtastung, mehrwertige Modulation, Rechnen mit Logarithmen
3. **Nyquist** Kanalkapazität
4. **Hartley** bei realem Empfänger
5. **Shannon** bei Weißem Rauschen
6. konkrete Anwendung auf **digitale Modulation**

begleitet und unterstützt mit  
youtube Video-Material von

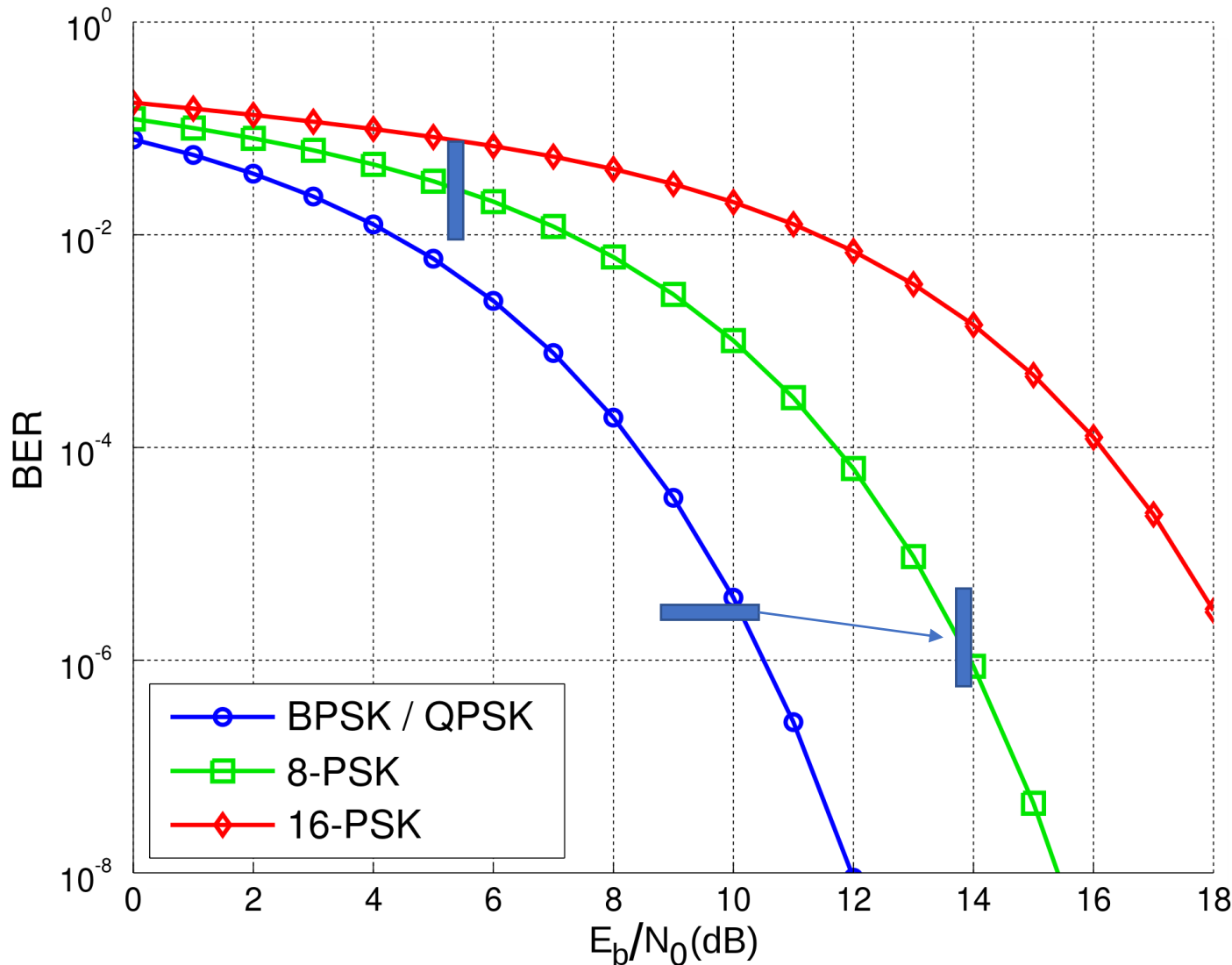


**Professor David S. Ricketts**

6030 Abonnenten

# Backup

# 6. Konkrete Anwendung auf digitale Modulation



$E_b/N_0 = 10$  dB für BPSK ergibt BER besser  $10^{-5}$

bei gleicher Leistung auf 8-PSK, verteilt auf 3bit,  
 also  $E_b(8PSK)/N_0 = E_b(2PSK)/N_0 - 4.7$  dB  
 = 5,3 dB  
 → BER ~ 5%

zum Erreichen der gleichen BER ( $\sim 10^{-5}$ )  
 14 dB

→ Verdreifachung des Durchsatzes 8,2 dB  
 @gleicher Leistung: **BER > 1000fach**  
 oder  
 @gleiche BER: **8 fache Leistung** erforderlich

# 5. Shannon bei Weißem Rauschen

Shannon-Kapazität eines Kanals (=best-case, mit allen Tricks!)

SNR [dB]	Kanal-Bandbreite (Hz)				
	500	1000	1500	2000	2500
20	11.073	22.146	33.219	44.292	55.365
10	5.537	11.074	16.611	22.148	27.684
5	2.784	5.567	8.351	11.135	13.918
2,5	1.483	2.966	4.449	5.932	7.415
0,8	755	1.510	2.265	3.020	3.775
0,1	528	1.056	1.585	2.113	2.641
-0,5	375	750	1.124	1.499	1.874
-0,9	293	586	879	1.172	1.465
-1	275	550	825	1.100	1.375
-2	141	281	422	563	704
-5	15	31	46	62	77

$$C = B * \log_2(1 + SNR_{lin})$$

## Such-Aufgabe

wir brauchen eine Kanal-Kapazität von ~1.500 bit/s; was ist die **beste Bandbreite?**

Leistung bei Bezugsbandbreite 500 Hz

verteilt auf ...

1000 Hz Bandbreite --> -3dB

1500 Hz --> -4,7 dB

2000 Hz --> -6 dB

2500 Hz --> -7 dB

## Bewertung:

Start mit 2000Hz Bandbreite,

→ SNR muss mindestens -0,5 dB sein

verwende stattdessen 500 Hz Bandbreite,

→ entspricht 6dB stärkerem Signal, wovon aber **3dB** zum Erreichen der Kapazität „verbraucht“ werden; effektiver Gewinn: 6dB-3dB = **3dB**

# 5. Shannon bei Weißem Rauschen

Shannon-Kapazität eines Kanals (=best-case, mit allen Tricks!)

SNR [dB]	Kanal-Bandbreite (Hz)				
	500	1000	1500	2000	2500
20	11.073	22.146	33.219	44.292	55.365
10	5.537	11.074	16.611	22.148	27.684
5	2.784	5.567	8.351	11.135	13.918
2,5	1.483	2.966	4.449	5.932	7.415
0,5	0.755	1.510	2.265	3.020	3.775
0,1	0.528	1.056	1.585	2.113	2.641
-0,1	0.375	0.750	1.124	1.499	1.874
-0,5	0.293	0.586	0.879	1.172	1.465
-1	0.275	0.550	0.825	1.100	1.375
-2	0.141	0.281	0.422	0.563	0.704
-5	0.015	0.031	0.046	0.062	0.077

Leistung bei Bezugsbandbreite 500 Hz  
verteilt auf ...

1000 Hz Bandbreite	-> -3dB
1500 Hz	-4,7 dB
2000 Hz	-6 dB
2500 Hz	-7 dB

Bandbreiten-Schleuder!

3,4 dB  
3 dB  
2,4 dB  
1,7 dB

$$C = B * \log_2(1 + SNR_{lin})$$

3dB verschenkter Gewinn?

## Aber!

- schmalbandige Signale wenig geeignet bei frequenz-selektivem Fading
- **Gewinn** in SNR durch **Schmalbandigkeit** wird schnell durch Fading-Einbrüche verbraucht
- (m.E. ist die Fading-Dimensionierung viel wichtiger als das für einen gesuchten Durchsatz erforderliche beste SNR ...)